

5.6.301 Rubens - Flammenrohr

1 Motivation

Dieser wunderschöne Versuch führt auf eindruckliche Weise stehende Wellen in Gasen vor.

2 Experiment



Abbildung 1: Experimenteller Aufbau zum Rubens - Flammenrohr. Der Lautsprecher befindet sich am rechten Ende des Rohres.



Abbildung 2: Stehende Welle im Rubens - Flammenrohr

In ein gerades Rohr wird Propan eingeleitet, das durch zahlreiche, gleichmässig angebrachte Öffnungen an der Oberseite wieder ausströmt und dort angezündet wird. Ein Lautsprecher erzeugt im Rohr niederfrequente Schallwellen (siehe Abb. 1). Wenn die Anregungsfrequenz mit der Eigenfrequenz des Rohres übereinstimmt, entstehen im Rohr stehende Wellen, deren Druck-

bzw. Dichtemaxima durch maximale Flammenhöhe angezeigt werden (siehe Abb. 2).

3 Theorie

3.1 Schallwellen

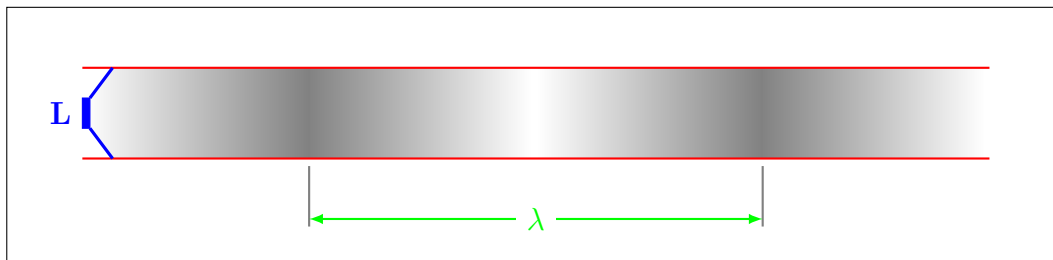


Abbildung 3: Mit einem Lautsprecher **L** erzeugte Schallwelle in einem Gas.

Schallwellen in Gasen sind reine Longitudinalwellen, bei denen sich die Dichte und der Druck periodisch ändern (siehe Abb. 3). Dabei sind Druck und Dichte maximal dort, wo die Auslenkung minimal ist (siehe dazu Abb. 4).

Für die Anregungsfrequenzen ν gilt:

$$\nu = \frac{v}{\lambda} \quad (1)$$

Da die Reflexion an der Lautsprechermembran stattfindet, erhält man dort einen Auslenkungsbau (Reflexion am weichen Medium). Die für eine stehende Welle zulässigen Wellenlängen λ folgen aus dieser Bedingung und der Länge des Rohrs.

Die Schallgeschwindigkeit in Propan ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_3$, Molekularmasse $M = 44,11 \text{ g/mol}$) beträgt

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}}, \quad (2)$$

Hier sind p der Druck, ρ die Dichte, R die universelle Gaskonstante und $\kappa = C_p/C_V$.

	0 °C	100 °C
$C_p/(\text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1})$	64,88	84,42
$C_V/(\text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1})$	56,97	76,53
κ	1,1388	1,1031

Tabelle 1: Spezifische Wärmen C_p , C_V und Adiabatenkoeffizient $\kappa = C_p/C_V$

Die spezifischen Wärmen C_p und C_V sowie der Adiabatenkoeffizient κ sind in Tabelle 1 für zwei Temperaturen wiedergegeben. Mit diesen Werten ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit der folgende Wert bei Zimmertemperatur:

$$v(300 \text{ K}) = 250 \text{ m s}^{-1}$$

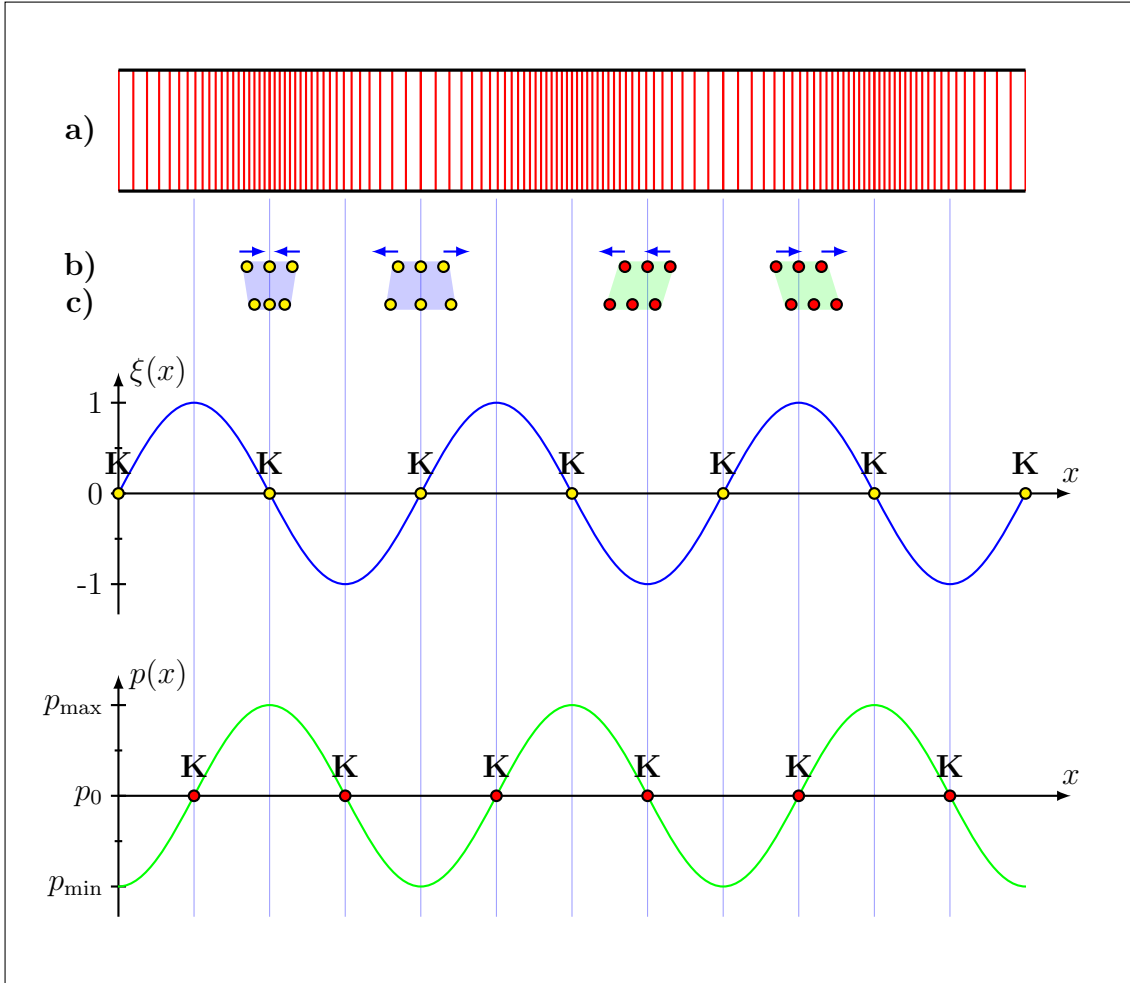


Abbildung 4: Druck- und Amplitudenverteilung einer stehenden Schallwelle in einem Gas zu einem festgelegten Zeitpunkt: a) Dichteverteilung des Gases, b) Ruhelagen einiger ausgewählter Moleküle mit Richtung ihrer Auslenkung gemäss $\xi(x)$, c) Positionen dieser Moleküle in der Schallwelle. Die Knotenpunkte in der Auslenkung $\xi(x)$ entsprechen Extrema im Druck und in der Dichte und umgekehrt.

3.2 Stehende Wellen

Wir untersuchen nun die Interferenz zweier entgegelaufender kohärenter Wellen. Die entgegelaufende Welle kann man beispielsweise durch Reflexion an einem Spiegel erzeugen.

$$\xi_1(t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (3)$$

$$\xi_2(t) = A \cos(-kx - \omega t + \delta_R) \quad (4)$$

Die Superposition $\xi := \xi_1 + \xi_2$ dieser beiden Wellen ergibt

$$\xi = 2A \cos\left(kx - \frac{\delta_R}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\delta_R}{2}\right) \quad (5)$$

Dies ist kein laufende Welle mehr, da sie nicht vom Typ $f(x - vt)$ ist!

Die mittlere Intensität beträgt

$$\langle I \rangle \sim \frac{1}{2} (2A)^2 \cos^2 \left(kx - \frac{\delta_R}{2} \right) \quad (6)$$

Für $\delta_R = 0$ (Reflexion am weichen Medium, kein Phasensprung) gibt es Maxima der Intensität bei

$$kx = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

und Minima bei

$$kx = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

mit der bei der Reflexion entstehenden Phase δ_R . Diese Welle ist, wie bereits erwähnt, keine laufende Welle mehr. Man bezeichnet sie vielmehr als **stehende Welle**. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass **Knoten** und **Bäuche** auftreten. Knoten entsprechen den Nullstellen der ortsabhängigen Funktion, so dass dort die Auslenkung stets null ist. Bäuche entsprechen dagegen den Extrema, also sowohl den Maxima als auch den Minima der ortsabhängigen Funktion. Die stehende Welle schwingt dort ortsfest mit der maximal möglichen Auslenkung (siehe dazu auch die beiden folgenden Seiten!).

Wir unterscheiden nun nach der Art der Reflexion:

- a) Reflexion am harten Medium ($\delta_R = \pi$)

Die Amplitude ist in diesem Fall

$$\xi = 2A \sin kx \sin \omega t \quad (9)$$

und garantiert einen Knoten an der Grenzfläche ($x = 0$) (siehe Abb. 5).

- b) Reflexion am weichen Medium ($\delta_R = 0$)

Hier ist die Amplitude gleich

$$\xi = 2A \cos kx \cos \omega t \quad (10)$$

und ergibt einen Bauch für $x = 0$ (siehe Abb. 6).

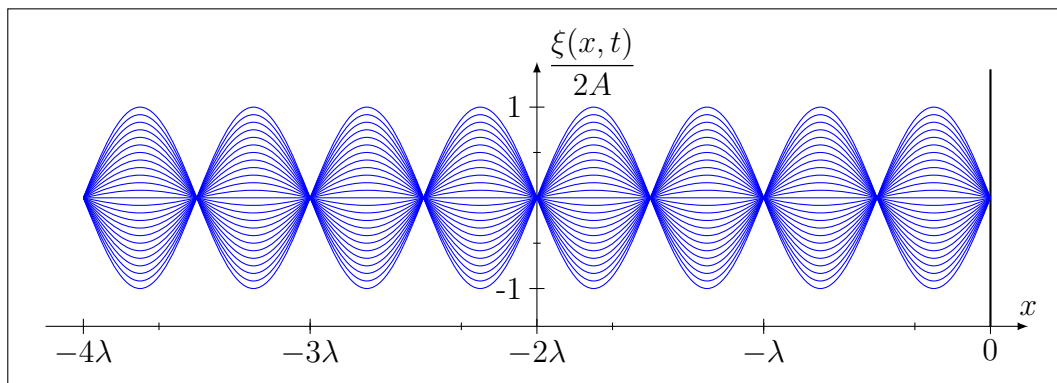


Abbildung 5: Stehende Welle bei Reflexion am harten Medium

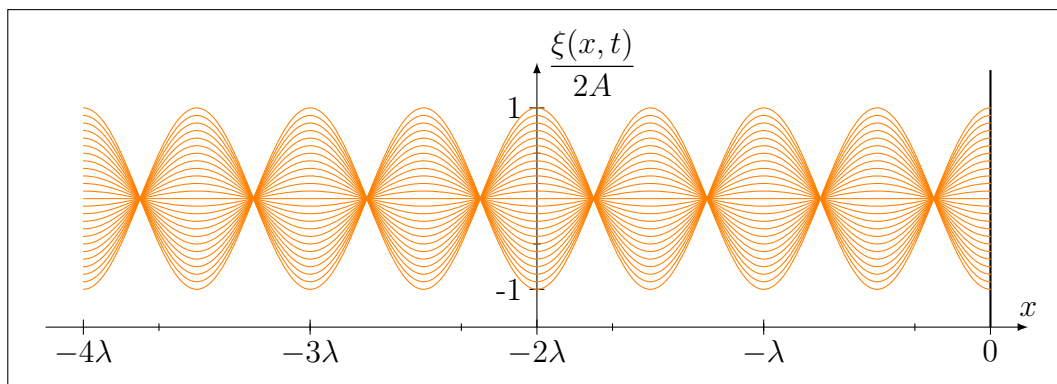


Abbildung 6: Stehende Welle bei Reflexion am weichen Medium

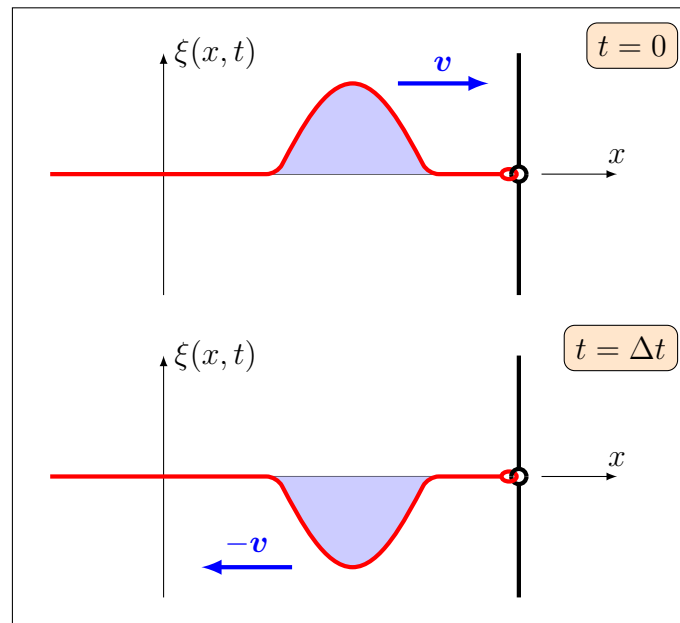


Abbildung 7: Reflexion eines Wellenbergs am festen Ende.

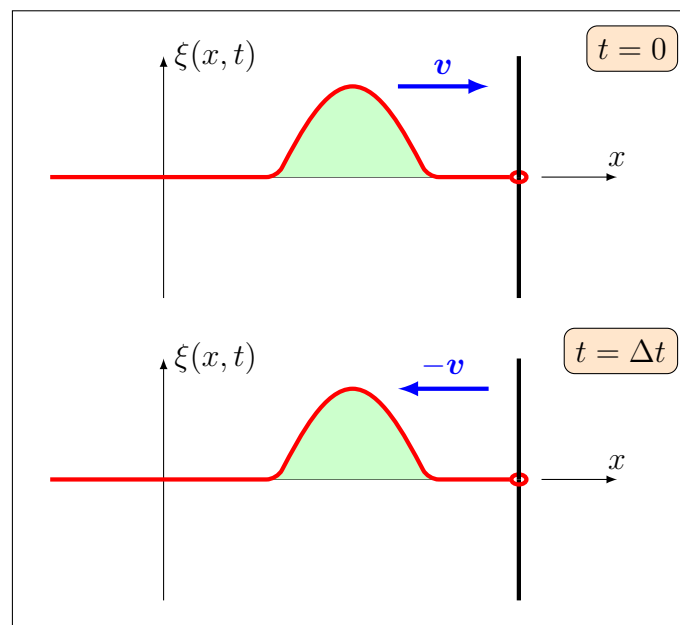


Abbildung 8: Reflexion eines Wellenbergs am losen Ende.

Das Verhalten einer Welle bei der Reflexion wird durch Abbn. 7 und 8 veranschaulicht, die die Reflexion einer Seilwelle am harten bzw. am weichen Medium zeigen.